

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
**Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ**  
**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ТЕХНИКУМ ИАТЭ НИЯУ МИФИ**

УТВЕРЖДАЮ  
И.о. заместителя директора  
ИАТЭ НИЯУ МИФИ  
\_\_\_\_\_ М.Г. Ткаченко

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020 г

**КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО – ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ  
МАТЕРИАЛОВ**

текущего и промежуточного контроля успеваемости

**ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия**

Направление подготовки  
(специальность)

14.02.02 «Радиационная безопасность»

Квалификация (степень) выпускника

техник

Форма обучения

очная

г. Обнинск, 2020г.

Комплект контрольно-измерительных материалов по учебной дисциплине «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее ФГОС СПО) по специальности среднего профессионального образования 14.02.02 «Радиационная безопасность»

Разработчики:

ИАТЭ НИЯУ МИФИ, преподаватель, В.И. Бабанина  
(место работы) (занимаемая должность) (инициалы, фамилия)

Одобрено на заседании предметноцикловой комиссии математических, естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин

«28» августа 2020 года, № протокола 1

Председатель предметноцикловой комиссии \_\_\_\_\_ (Н.И. Литвинова)

## СОДЕРЖАНИЕ

I Паспорт комплекта контрольно-измерительных материалов	4
1 Область применения	4
2 Объекты оценивания – результаты освоения УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»	4
3 Формы контроля и оценки результатов освоения УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»	5
4 Система оценивания комплекта КИМ текущего контроля и промежуточной аттестации	9
II Текущий контроль и оценка результатов обучения УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»	10
Спецификация контрольной работы № 1 «Показательная и логарифмическая функции»	10
Комплект заданий для контрольной работы №1 по теме «Показательные и логарифмические функции»	10
Спецификация контрольной работы №2 по теме “Тригонометрические функции”	11
Комплект заданий для контрольной работы №2 по теме “Тригонометрические функции”	12
Спецификация контрольной работы № 3 по теме “Производная и её приложения”.	12
Комплект заданий для контрольной работы №3 по теме: “Производная и её приложения”.	13
Спецификация контрольной работы № 4 по теме «Векторы и уравнения прямой на плоскости».	14
Комплект заданий для контрольной работы № 4 по теме: «Векторы и уравнения прямой на плоскости».	15
Спецификация контрольной работы № 5 по теме “Объёмы и площади поверхностей геометрических тел”.	16
Комплект заданий для контрольной работы № 5 по теме: “Объёмы и площади поверхностей геометрических тел”.	17
Спецификация контрольной работы №6 по теме “ Применение производной к исследованию функций”	17
Комплект заданий для контрольной работы № 6	18

по теме “ Применение производной к исследованию функций”

### III Промежуточная аттестация по УД «Математика: алгебра, начала

математического анализа, геометрия»

19

Спецификация экзамена

19

Тематика экзаменационных вопросов для экзаменационных билетов

21

## I ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

### 1 Область применения

Комплект контрольно - измерительных материалов (КИМ) предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины (УД) «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия», основной профессиональной образовательной программы (далее ОПОП) по специальности СПО 14.02.02 «Радиационная безопасность»

### 2 Объекты оценивания – результаты освоения УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»

КИМ позволяет оценить следующие результаты освоения учебной дисциплины «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» в соответствии с ФГОС специальности 14.02.02 «Радиационная безопасность» и рабочей программой дисциплины

#### умения:

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;
- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства;
- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;
- вычислять значение функции по заданному значению аргумента;
- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику их свойства;
- использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;
- находить производные элементарных функций;
- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства;
- составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах;
- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

#### знания:

- истории развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

- определения степени, логарифмов, основных тригонометрических функций;
- основные понятия и методы математического анализа;
- основные аксиомы, теоремы, формулы и определения стереометрии
- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике.

Вышеперечисленные умения и знания направлены на формирование у студентов следующих общих компетенций:

Код компетенций	Компетенция
ОК 1	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
ОК 2	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
ОК-3	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
ОК 4	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
ОК-5	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
ОК 6	Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
ОК 7	Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.
ОК 8	Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
ОК 9	Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

### **3 Формы контроля и оценки результатов освоения УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»**

Контроль и оценка результатов освоения – это выявление, измерение и оценивание знаний, умений и формирующихся общих и профессиональных компетенций в рамках освоения УД. В соответствии с учебным планом специальности 14.02.02 «Радиационная безопасность», рабочей программой дисциплины «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» предусматривается текущий и промежуточный контроль результатов освоения.

### 3.1 Формы текущего контроля

Текущий контроль успеваемости представляет собой проверку усвоения учебного материала, регулярно осуществляемую на протяжении курса обучения. Текущий контроль результатов освоения УД в соответствии с рабочей программой и календарно-тематическим планом происходит при использовании следующих обязательных форм контроля:

- выполнение самостоятельных работ;
- написание математических диктантов;
- выполнение контрольных работ.

Во время проведения учебных занятий дополнительно используются следующие формы текущего контроля – устный опрос, решение задач.

**Выполнение самостоятельных и контрольных работ.** Самостоятельные и контрольные работы проводятся с целью усвоения и закрепления практических умений и знаний, овладения общими компетенциями. В ходе выполнения самостоятельных и контрольных работ студенты приобретают умения, предусмотренные рабочей программой УД, учатся выполнять чертежи; использовать формулы; применять различные методики расчета; анализировать полученные результаты и делать выводы, опираясь на теоретические знания, которые закрепляются при написании математических диктантов.

Список самостоятельных работ:

- Дроби, проценты. Упрощение алгебраических выражений.
- Степени и логарифмы. Основное логарифмическое тождество.
- Тригонометрические функции острых углов.
- Пределы числовых последовательностей и пределы функций.
- Производные функций.
- Векторы на плоскости и в пространстве.
- Прямые и плоскости в пространстве.
- Многогранники и круглые тела.

Список контрольных работ:

- Показательные и логарифмические функции.
- Тригонометрические функции.
- Производная и её приложения.
- Векторы и уравнения прямой на плоскости.

- Объёмы и площади поверхностей геометрических тел.
- Применение производной к исследованию функций.

Содержание, этапы проведения и критерии оценивания самостоятельных и контрольных работ представлены в методических указаниях по проведению работ.

Спецификации контрольных работ приведены ниже в данном КИМ.

**Написание математических диктантов.** Математические диктанты проводятся с целью усвоения и закрепления теоретических знаний, овладения общими компетенциями.

Список математических диктантов:

- Таблица производных функций
- Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

**Сводная таблица по применяемым формам и методам текущего контроля и оценки результатов обучения**

<b>Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)</b>	<b>Формы и методы контроля и оценки результатов обучения</b>
<b>Освоенные умения:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;</li> <li>• находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства;</li> <li>• выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;</li> <li>• вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;</li> </ul>	<p>Выполнение примеров и задач на занятиях.</p> <p>Оценка правильности выполнения самостоятельной работы</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;</li> <li>• составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах;</li> </ul>	<p>Решение примеров во время занятий</p> <p>Оценка правильности выполнения контрольной работы</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику их свойства;</li> </ul>	<p>Решение примеров во время занятий</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;</li> <li>находить производные элементарных функций;</li> </ul>	Оценка правильности выполнения самостоятельной работы
<ul style="list-style-type: none"> <li>распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;</li> <li>изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;</li> <li>строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;</li> <li>решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);</li> <li>использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.</li> </ul>	Решение задач во время занятий Оценка правильности выполнения математического диктанта, самостоятельной и контрольной работы
<b>Усвоенные знания:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>истории развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;</li> <li>определения степени, логарифмов, основных тригонометрических функций;</li> <li>значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике.</li> </ul>	Выполнение примеров и задач на занятиях. Оценка правильности выполнения самостоятельной работы
<ul style="list-style-type: none"> <li>основные аксиомы, теоремы, формулы и определения стереометрии;</li> </ul>	Решение задач во время занятий Оценка правильности выполнения математического диктанта, самостоятельной и контрольной работы
<ul style="list-style-type: none"> <li>основные понятия и методы математического анализа</li> </ul>	Решение примеров во время занятий Оценка правильности выполнения контрольной работы.

### 3.2 Форма промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»– экзамен, спецификация которого содержится в данном КИМ.

Студенты допускаются к сдаче экзамена при выполнении всех контрольных работ, предусмотренных рабочей программой и календарно-тематическим планом УД.



#### **4 Система оценивания комплекта КИМ текущего контроля и промежуточной аттестации**

Система оценивания имеет единые критерии и описана в соответствующих методических рекомендациях, в спецификации к итоговой аттестации.

При оценивании самостоятельной и контрольной работы студента учитывается следующее:

- качество выполнения работы;
- качество оформления письменной работы;
- количество правильно решенных задач.

Каждый вид работы оценивается по пятибалльной шкале:

- «отлично» – за качественное и полное овладение содержанием учебного материала, в котором студент свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, обосновывать свои суждения. Оценка «отлично» предполагает грамотное и логичное изложение решения всех задач.

- «хорошо» – если студент освоил учебный материал, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания при решении задач, грамотно излагает решения задач, но не в полном объеме.

- «удовлетворительно» – если студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности, в применении теоретических знаний при решении задач; не умеет доказательно обосновать собственные суждения, правильно решает половину задач.

- «неудовлетворительно» – если студент имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в решении задач; не может практически применять теоретические знания, неправильно решает более половины задач.

## II ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»

### Спецификация контрольной работы № 1 «Показательная и логарифмическая функция»

1. Назначение контрольной работы – оценить уровень подготовки студентов по УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» по разделу «Алгебра» с целью текущей проверки знаний и умений.

2. Принципы отбора содержания контрольной работы: ориентации на требования к результатам освоения тем. «Корни, степени, степенная и показательная функция, их свойства и графики» и темы «Логарифмы, логарифмическая функция, её свойства и графики», представленные в рабочей программе УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»

Оцениваемые умения: практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, логарифмы и их свойства.

Оцениваемые знания: находить значения степени, логарифма, показательных и логарифмических выражений на основе определения; строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства функций.

3. Структура контрольной работы. Темы заданий.

- Степени с целым, дробным и действительным показателем, их свойства.
- Преобразование степенных и показательных выражений.
- Показательная функция. Свойства. График.
- Показательные уравнения: элементарные, квадратные, однородные, метод разложения на множители.
- Показательные неравенства.
- Определение и свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы.
- Основное логарифмическое тождество.
- Преобразование логарифмических выражений.
- Логарифмическая функция, свойства, график.
- Логарифмические уравнения различных типов: элементарные, квадратные, метод, основанный на свойствах логарифмов, на формуле перехода и т.п.
- Элементарные логарифмические неравенства.

4. Комплект заданий для контрольной работы №1 по теме «Показательные и логарифмические функции».

#### Вариант № 1

1. Вычислить:  $\left( 27^{\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{1}{9} \right)^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{4}{3}}$ .

2. Решить уравнение:  $5^{3x+1} = 0,04$ .

3. Вычислить:  $\log_3 9 \cdot \log_2 8 : 49^{\log_{49} 2}$ .

4. Решить уравнение:  $3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x-2} - 2 \cdot 3^{2x-1} = 1$ .

5. Решить уравнение:  $2 \cdot \log_3 x = \log_3 (9 - 8x)$

6. Решить неравенство:  $\lg(5x + 2) \leq \lg 36 + \lg 2$ .

7. Решить неравенство:  $\left( \frac{8}{27} \right)^{5x-1} \geq \left( \frac{4}{9} \right)^4$ .

#### Вариант № 2

1. Вычислить:  $\frac{3^{3/2}}{7^{2/3}} \cdot \frac{3^{1/2} \cdot 7^{5/3}}{9^{1/2}}$ .
2. Решить уравнение:  $2^{2-x} = 8$ .
3. Вычислить:  $3\log_3 2 - \log_3 24$ .
4. Решить уравнение:  $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ .
5. Решить уравнение:  $\log_7(5-x) = \log_7 2$ .
6. Решить неравенство:  $16^x \geq 8^{2x-3}$ .
7. Решить неравенство:  $\log_{0,5}(2-x) > -1$ .

5. Время на выполнение контрольной работы - 90 мин.

6. Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно решено 7 примеров;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно решено 5-6 примеров;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решено 3-4 примера;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту за количество правильно решенных примеров меньше трех.

### **Спецификация контрольной работы №2 по теме “Тригонометрические функции”**

1 Назначение контрольной работы – оценить уровень подготовки студентов по УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» по разделу «Алгебра» с целью текущей проверки знаний и умений.

2 Содержание контрольной работы определяется в соответствии с рабочей программой УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» и содержанием раздела «Основы тригонометрии».

3 Принципы отбора содержания контрольной работы: ориентации на требования к результатам освоения темы «Основы тригонометрии», представленные в рабочей программе УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия».

Оцениваемые умения: выполнять преобразования тригонометрических выражений, применяя формулы, связанные со свойствами тригонометрических функций; вычислять значение функции по заданному значению аргумента.

Оцениваемые знания: формул тригонометрии, их взаимосвязь и применение для решения практических задач.

4 Структура контрольной работы.

4.1 Контрольная работа №2 по теме “Тригонометрические функции” включает 6 вариантов заданий, каждый из которых состоит из 8 примеров.

4.2 Задания контрольной работы предлагаются в традиционной форме.

4.3 Варианты контрольной работы равноценны по трудности, одинаковы по структуре.

5. Комплект заданий для контрольной работы №2 по теме “Тригонометрические функции”

### Вариант № 1

1. Вычислите: а)  $3 \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \cos \pi$ ; б)  $\cos 135^\circ$ .
2. Вычислите значения  $\sin \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{8}{17}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .
3. Найдите область значений функции  $y = \cos 2x$ .
4. Решите уравнения: а)  $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2} + x) + 2 = 0$ , б)  $\sin(3x - \frac{\pi}{4}) = 1$ .
5. Упростить  $\sin(\pi - \alpha) \cdot \cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) - \sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) \cdot \cos(\pi - \alpha)$ .
6. Вычислите значение  $\operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,6$  и  $\alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$ .

### Вариант № 2

1. Вычислите: а)  $3 \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$ ; б)  $\sin 225^\circ$ .
2. Вычислите значения  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$  и  $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$ .
3. Найдите область значений функции  $y = 2 \sin x$ .
4. Решите уравнения: а)  $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$ , б)  $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}) = -1$ .
5. Упростить выражение:  $\sin(\alpha + \frac{3\pi}{2}) \cdot \cos(\pi - \alpha) + \sin(\alpha - \pi) \cdot \sin(\pi - \alpha)$ .
6. Вычислите значение  $\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,8$  и  $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$ .

5. Время на выполнение контрольной работы - 90 мин.

6. Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно решено 7,8 примеров;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно решено 5-6 примеров;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решено 4 примера;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту за количество правильно решенных примеров меньше четырех.

### Спецификация контрольной работы № 3 по теме “Производная и её приложения”.

1 Назначение контрольной работы №3 – оценить уровень подготовки студентов по УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» по разделу «Начала математического анализа» с целью текущей проверки знаний и умений.

2 Содержание контрольной работы №3 определяется в соответствии с рабочей программой УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» и содержанием темы: «Производная функции одной переменной».

3 Принципы отбора содержания контрольной работы: ориентации на требования к результатам освоения раздела, представленные в рабочей программе УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия».

Оцениваемые умения: находить производные элементарных и сложных функций; находить угловой коэффициент и тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции, составлять уравнения касательных к графику функции, решать прикладные физические задачи на нахождение скорости и ускорения.

Оцениваемые знания: формул дифференцирования, формул углового коэффициента и тангенса угла наклона касательной, проведенной к графику функции, формулы уравнения касательной, применения производной для решения прикладных физических задач на нахождение скорости и ускорения.

4 Структура контрольной работы.

4.1 Контрольная работа №3 по теме “Производная и её приложения” включает 5 вариантов заданий, каждый из которых состоит из 6 задач.

4.2 Задания контрольной работы предлагаются в традиционной форме

4.3 Варианты контрольной работы равноценны по трудности, одинаковы по структуре.

5 Комплект заданий для контрольной работы №3 по теме: “Производная и её приложения”.

#### Вариант № 1.

1. Найдите производную функции  $y = x^2 \cdot e^{-x}$ .

2. Вычислите значение производной функции:  $y = \ln \cos x$  при  $x = -\frac{\pi}{3}$ .

3. Вычислите значение производной функции:  $y = \frac{x^2 - 1}{x}$  при  $x = 4$ .

4. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = -4/x$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -2$ .

5. Составьте уравнение касательной к параболе  $y = 2x^2 - 5x - 3$  в точке  $x = 2$ . 6. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки

задана уравнением  $S = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3$ . Вычислите её ускорение при  $t = 3$  сек.

#### Вариант № 2.

1. Найдите производную функции  $y = \frac{x - 2}{x + 4}$ .

2. Вычислите значение производной функции:  $y = \operatorname{ctg} 3x$  при  $x = -\frac{\pi}{6}$ .

3. Вычислите значение производной функции  $y = \sqrt{2x + 5}$  при  $x = 0,5$ .

4. Составьте уравнение касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 3 + 2x - x^2$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

5. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику

функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -1$ .

6. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением  $V = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3$ .

Вычислите её ускорение за  $t = 5$  сек.

5. Время на выполнение контрольной работы - 90 мин.

6. Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно решено 6 примеров;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно решено 4-5 примеров;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решено 3 примера;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту за количество правильно решенных примеров меньше трех.

#### **Спецификация контрольной работы № 4 по теме «Векторы и уравнения прямой на плоскости».**

1 Назначение контрольной работы №4 – оценить уровень подготовки студентов по УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» по разделу «Геометрия» с целью текущей проверки знаний и умений.

2 Содержание контрольной работы №4 определяется в соответствии с рабочей программой УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» и содержанием темы:

Координаты и векторы.

Прямые и плоскости в пространстве.

3 Принципы отбора содержания контрольной работы №4: ориентации на требования к результатам освоения раздела «Геометрия», представленные в рабочей программе УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия».

Оцениваемые умения:

Изображать векторы на чертежах.

Находить координаты и модуль вектора.

Вычислять скалярное произведение векторов и угол между двумя векторами.

Составлять уравнение прямой линии.

Описывать взаимное расположение прямых на плоскости.

Оцениваемые знания: формул для нахождения координат и модуля вектора, скалярного произведения векторов и угла между двумя векторами; уравнений прямых линий на плоскости.

#### 4 Структура контрольной работы

4.1 Контрольная работа №4 по теме «Векторы и уравнения прямой на плоскости» включает 5 вариантов заданий, каждый из которых состоит из 5 задач.

4.2 Задания контрольной работы предлагаются в традиционной форме.

4.3 Варианты контрольной работы равноценны по трудности, одинаковы по структуре.

5 Комплект заданий для контрольной работы №4 по теме: «Векторы и уравнения прямой на плоскости».

#### Вариант № 1.

1. При каком значении  $k$  векторы:  $\vec{a}(1;-1)$  и  $\vec{b}(-2;k)$  коллинеарны?

2. Вычислить скалярное произведение  $\vec{a} \cdot (3\vec{b} - \vec{a})$ , если  $\vec{a} = (1;0)$ ;  $\vec{b}(2;2)$ .

3. Построить прямую линию, заданную уравнением:  $x + 3y - 2 = 0$ .

4. Построить прямую линию, заданную уравнением:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{5}$ .

5. Построить прямую линию, заданную уравнениями:  $\begin{cases} y = 2 - t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$ .

#### Вариант № 2.

1. При каких значениях  $c$  векторы перпендикулярны:  $\vec{a}(2;-1)$ ;  $\vec{b}(1;c)$ ?

2. Вычислить координаты вектора  $\vec{a} = 2\vec{m} - 3\vec{n}$ , если  $\vec{m} = 3\vec{i} + \vec{j}$ ;  $\vec{n} = \vec{j}$ .

3. Построить прямую линию, заданную уравнением:  $\frac{x}{-5} = \frac{y-1}{1}$ .

4. Построить прямую линию, заданную уравнениями:  $\begin{cases} y = -3 - 2t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$ .

5. Построить прямую линию, заданную уравнением:  $3x - 2y - 5 = 0$ .

Время на выполнение контрольной работы - 90 мин.

#### Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно решено 5 задач;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно решено 4 задачи;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решено 3 задачи;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту за количество правильно решенных задач меньше трех.

## **Спецификация контрольной работы № 5 по теме “Объёмы и площади поверхностей геометрических тел”.**

1 Назначение контрольной работы №5 – оценить уровень подготовки студентов по УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» по разделу «Геометрия» с целью текущей проверки знаний и умений.

2 Содержание контрольной работы №5 определяется в соответствии с рабочей программой УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» и содержанием тем:

Основные понятия и аксиомы планиметрии.

Основные понятия и теоремы стереометрии. Прямые и плоскости в пространстве.

Многогранники.

Тела и поверхности вращения.

Объёмы и площади поверхности.

3 Принципы отбора содержания контрольной работы №5: ориентации на требования к результатам освоения раздела «Геометрия», представленные в рабочей программе УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия».

Оцениваемые умения:

распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные

объекты с их реальными размерами, описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;

изображать основные многогранники и круглые тела;

выполнять чертежи по условиям задач;

строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение

геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

Оцениваемые знания: вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных

тел при решении практических задач.

4 Структура контрольной работы №5

4.1 Контрольная работа №5 по теме «Объёмы и площади поверхностей

геометрических тел» включает 5 вариантов заданий, каждый из которых состоит

из 5 задач.



4.2 Задания контрольной работы предлагаются в традиционной форме.

4.3 Варианты контрольной работы равноценны по трудности, одинаковы по структуре.

5 Комплект заданий для контрольной работы №5 по теме: “Объёмы и площади поверхностей геометрических тел”.

### Вариант № 1

1. В прямом параллелепипеде стороны оснований равны 7 см и 4 см, угол между ними  $60^{\circ}$ . Определить объём параллелепипеда, если боковая поверхность равна  $220 \text{ см}^2$ .
2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $45^{\circ}$ . Диагональ основания пирамиды равна 8 см. Найти высоту пирамиды.
3. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 7 дм и 24 дм, а высота параллелепипеда равна 8 дм. Определить площадь диагонального сечения.
4. Образующая конуса равна 4 м, а угол при вершине осевого сечения  $90^{\circ}$ . Найти объём конуса.
5. Площадь осевого сечения цилиндра  $36 \text{ м}^2$ , а его образующая равна диаметру основания. Найдите полную поверхность этого цилиндра.

### Вариант № 2

1. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 12 дм, противолежащий ему острый угол равен  $60^{\circ}$ . Каждое боковое ребро равно 13 дм. Найти объём пирамиды.
  2. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали которого равны 12 см и 16 см, а высота параллелепипеда равна 8 см. Определить площадь его полной поверхности.
  3. Площадь основания конуса  $9\pi \text{ см}^2$ , площадь полной поверхности его равна  $24\pi \text{ см}^2$ . Найти объём конуса.
  4. Ребра прямоугольного параллелепипеда относятся как 3:7:8, площадь поверхности равна  $808 \text{ м}^2$ . Определить длины ребер параллелепипеда.
  5. Площадь осевого сечения цилиндра  $64 \text{ м}^2$ , а его образующая равна диаметру основания. Найдите объём цилиндра.
5. Время на выполнение контрольной работы - 90 мин.
6. Критерии оценки:
- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно решено 5 задач;
  - оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно решено 4 задачи;
  - оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решено 3 задачи;
  - оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту за количество правильно решенных задач меньше трех.

### Спецификация контрольной работы №6 по теме “ Применение производной к исследованию функций”

1 Назначение контрольной работы №6 – оценить уровень подготовки студентов по УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» по разделу «Начала математического анализа» с целью текущей проверки знаний и умений.

2 Содержание контрольной работы №6 определяется в соответствии с рабочей программой УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» и содержанием тем: «Производная функции одной переменной» и темы «Применение производной к исследованию функций».

3 Принципы отбора содержания контрольной работы №6: ориентации на требования к результатам освоения раздела представленным в рабочей программе УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»:

Оцениваемые умения: находить производные элементарных и сложных функций; использовать производную для изучения свойств функций: находить промежутки возрастания и убывания функции, экстремумы функции, исследовать функцию на выпуклость; схематического построения графиков функции.

Оцениваемые знания: формул дифференцирования, методики исследования функции для изучения свойств функций и построения графиков.

4 Структура контрольной работы.

4.1 Контрольная работа №6 по теме “ Применение производной к исследованию функций” включает 5 вариантов заданий, каждый из которых состоит из 4 задач, одно из которых – схематическое построение графика функции – оценивается 2 балла.

4.2 Задания контрольной работы предлагаются в традиционной форме

4.3 Варианты контрольной работы равноценны по трудности, одинаковы по структуре, параллельны по расположению заданий: под одним и тем же порядковым номером во всех вариантах контрольной работы находится задание, проверяющее один и тот же элемент содержания темы.

5 Комплект заданий для контрольной работы №6 по теме “ Применение производной к исследованию функций”.

### Вариант № 1.

1. Найдите промежутки монотонности функции  $f(x) = x^4 - 4x + 3$ .
2. Найдите экстремумы функции  $y = -2x^3 + 3x^2 + 6$ .
3. Исследовать кривую  $y = x^3 - 6x^2 + 6x - 2$  на выпуклость.
4. Исследовать кривую  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + \frac{1}{3}$  на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции (2 балла).

### Вариант № 2.

1. Укажите промежутки возрастания и убывания функции  $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x$ .
2. Найдите экстремумы функции  $y = -x^3 + 6x^2 + 15x + 1$ .
3. Исследовать кривую  $y = x^3 + 3x^2 + 24x - 8$  на выпуклость.
4. Исследовать кривую  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$  на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции (2 балла).

5. Время на выполнение контрольной работы - 90 мин.

6. Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно решено 4 примера и построен график функции;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно решено 4 примера;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решено 3 примера;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту за количество правильно решенных примеров меньше трех.

### **III ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»**

#### **Спецификация экзамена**

##### **по дисциплине «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»**

Назначение экзамена – оценить уровень подготовки студентов по УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» с целью установления их готовности к дальнейшему усвоению ОПОП специальности 14.02.02 «Радиационная безопасность»

1 Содержание экзамена определяется в соответствии с ФГОС СПО специальности 14.02.02 «Радиационная безопасность» рабочей программой дисциплины «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия».

2 Принципы отбора содержания экзамена: ориентация на требования к результатам освоения УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия», представленными в соответствии с ФГОС СПО специальности 14.02.02 «Радиационная безопасность» и рабочей программой УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»:

#### **уметь:**

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;
- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства;
- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;
- вычислять значение функции по заданному значению аргумента;
- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику их свойства;
- использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;
- находить производные элементарных функций;
- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства;
- составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах;
- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

#### **знать:**

- истории развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- определения степени, логарифмов, основных тригонометрических функций;
- основные понятия и методы математического анализа;
- основные аксиомы, теоремы, формулы и определения стереометрии;
- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике.

### 3 Структура экзамена

3.1 Вопросы экзамена дифференцируются по уровню сложности. Обязательная часть включает вопросы, составляющие необходимый и достаточный минимум усвоения знаний и умений в соответствии с требованиями ФГОС СПО, рабочей программы УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия».

3.2 Задания экзамена предлагаются в традиционной форме (письменный экзамен).

3.3 Билеты экзамена равноценны по трудности, одинаковы по структуре заданий.

3.4 Система оценивания имеет единые критерии и описана в соответствующих методических рекомендациях к экзаменам.

4 Время проведения экзамена два академических часа.

### Инструкция для студентов

1 Форма проведения промежуточной аттестации по УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия» – экзамен в традиционной форме

2 Принципы отбора содержания экзамена:

Ориентация на требования к результатам освоения УД «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»:

#### уметь:

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;
- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства;
- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;
- вычислять значение функции по заданному значению аргумента;
- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику их свойства;
- использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;
- находить производные элементарных функций;
- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства;
- составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах;
- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

#### знать:

- истории развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- определения степени, логарифмов, основных тригонометрических функций;
- основные понятия и методы математического анализа;
- основные аксиомы, теоремы, формулы и определения стереометрии;
- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике.

### 3 Структура экзамена

3.1. Задания экзамена предлагаются в традиционной форме.

Билеты экзамена равноценны по трудности, одинаковы по структуре заданий.

Тематика экзаменационных вопросов по дисциплине: математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия

### Раздел АЛГЕБРА:

#### 1. Развитие понятия о числе.

1. Целые и рациональные числа. Проценты, дроби.
2. Действительные числа.

#### 2. Корни, степени и логарифмы.

1. Корни натуральной степени из числа и их свойства.
2. Степени с рациональными показателями, их свойства.
3. Логарифм числа.
4. Основное логарифмическое тождество.
5. Десятичные и натуральные логарифмы.

#### 3. Основы тригонометрии.

1. Радианная мера угла.
2. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.
3. Основные тригонометрические тождества.
4. Формулы приведения.
5. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов.
6. Синус и косинус двойного угла.

#### 4. Функции, их свойства и графики.

1. Функции. Область определения и множество значений.
2. График функции.
3. Свойства функции: монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность.

#### 5. Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

1. Определения функций, их свойства.
2. Графики показательных, логарифмических и тригонометрических функций.

### Раздел: Начала математического анализа.

## **1. Последовательности.**

1. Числовые последовательности.
2. Предел последовательности.
3. Пределы функций.

## **2. Производная функции одной переменной.**

1. Производная функции.
2. Производные суммы, разности, произведения, частного.
3. Производные основных элементарных функций.
4. Уравнение касательной к графику функции.
5. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл.
6. Исследование функции на возрастание и убывание.
7. Исследование функции на экстремумы.

## **Раздел: Геометрия.**

### **1. Прямые и плоскости в пространстве.**

1. Параллельность прямой и плоскости.
2. Параллельность плоскостей.
3. Перпендикулярность прямой и плоскости.
4. Перпендикуляр и наклонная.
5. Угол между прямой и плоскостью.

### **2. Многогранники.**

1. Вершины, ребра, грани многогранника.
2. Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма.
3. Параллелепипед. Куб.
4. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.
5. Сечения куба, призмы и пирамиды.

### **3. Тела и поверхности вращения.**

1. Цилиндр и конус. Усеченный конус.
2. Основание, высота, боковая поверхность, образующая.
3. Шар и сфера, их сечения.

### **4. Измерения в геометрии.**

1. Объем и его измерение.
2. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра.
3. Формулы объема пирамиды и конуса.
4. Формулы площади поверхностей параллелепипеда, призмы, пирамиды, усеченной

пирамиды, цилиндра и конуса.

5. Формулы объема шара и площади сферы.

## 5. Координаты и векторы.

1. Прямоугольная (декартова) система координат на плоскости и в пространстве.
2. Формула расстояния между двумя точками.
3. Векторы. Модуль вектора.
4. Угол между двумя векторами.
5. Координаты вектора.
6. Скалярное произведение векторов.
7. Уравнение прямой линии.

3.4 Система оценивания имеет единые критерии и описана в соответствующих методических рекомендациях к экзаменам.

4 Время проведения экзамена два академических часа.

5 Рекомендации по подготовке к экзамену

При подготовке к экзамену рекомендуется использовать конспекты лекций и материалы учебника. Чтобы успешно сдать экзамен, необходимо внимательно прочитать задания в билете. Именно внимательное, вдумчивое чтение – половина успеха. Обдумывайте тщательно свои решения! Будьте уверены в своих силах.

**Задачи для подготовки к экзамену за 1 семестр:**

Тема 2. Показательные и логарифмические функции.

1. Степени.

Вычислить:  $64^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}} : 5^{-\frac{1}{2}}; 8^{-\frac{2}{3}} \cdot 25^{-\frac{1}{2}} - 2; (5^{-0,8} \cdot 5^{0,5} \cdot 25^{\frac{2}{5}})^2;$

$(4^{-2})^{-\frac{3}{4}} + (81 \cdot 10^4)^{\frac{1}{4}} - (4,5)^0; \left( 27^{\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{1}{9} \right)^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{4}{3}}; 12^{\frac{1}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}} \cdot (0,5)^{\frac{1}{3}};$

$\frac{5^{3/2} \cdot 8^{1/12}}{9^{1/3}} \cdot \frac{8^{1/4}}{5^{1/2} \cdot 9^{1/6}}; \left( 27^{2/5} \cdot 2^{1/5} \cdot 2 \right)^{\frac{5}{6}}; 6^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot (0,25)^{\frac{1}{4}};$

$\cdot \left( \frac{1}{6} \right)^{-2} - 5 \cdot \left( \frac{1}{25} \right)^{-\frac{1}{2}}; \left( \frac{1}{25} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 7^{-1} - \left( \frac{1}{8} \right)^{-\frac{1}{3}} \cdot 2^{-2}.$

2. Логарифмы. Основное логарифмическое тождество.

Вычислить:  $4^{\log_4 10}$ ;  $(\lg 14 - \lg 0,14)$ ;  $\log_3 9 \cdot \log_2 8$ ;  $(3 \lg 2 - \lg 0,8)$ ;

$\log_{\frac{1}{3}} 9 \cdot \log_2 \frac{1}{8}$ ;  $7^{2 \log_{49} 2}$ ;  $\log_{49} \sqrt{7}$ ;  $3^{\log_3 10}$ ;

$(3 \log_7 2 - \log_7 24) : (\log_7 3 + \log_7 9)$ ;  $16^{0,5 \cdot \log_4 10}$ ;  $\log_3 0,27 + 2 \cdot \log_3 10$ ;  
 $(3 \cdot \lg 2 + \lg 0,25) : (\lg 14 - \lg 7)$ .

3. Показательные уравнения.

Решить уравнения:  $2^{x-1} = 16$ ;  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} = 8$ ;  $6^{4x-8} = 36^x$ ;  $2^{2-x} = 8$ ;

$6^{2x-8} = 216^x$ ;  $2^{x-3} - \sqrt{2} = 0$ ;  $3^{x-2} = 81$ ;  $2^{8x+1} = 0,5^{2x-3}$ ;

$4^{2x-3} = \frac{1}{64}$ ;  $2^x \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^x = \frac{1}{16}$ ;  $5^{3x+1} = 0,04$ ;  $3^x - 3^{x-2} = 24$ ;

$3^x - 3^{x+3} = -78$ ;  $3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 24$ ;  $9^x - 3^{x+1} = 54$ ;

$2^{x+3} + 2^{x+1} - 7 \cdot 2^x = 48$ ;  $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ ;

$3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x-2} - 2 \cdot 3^{2x-1} = 1$ .

4. Показательные неравенства.

Решить неравенства:  $\left(\frac{8}{27}\right)^{5x-1} \geq \left(\frac{4}{9}\right)^4$ ;  $16^x \geq 8^{2x-3}$ ;  $16^x \geq 0,5 \cdot 8^{2x-3}$ ;

$3^{x^2-3x+5} < 27$ ;  $5^x \leq \frac{1}{25} \cdot \sqrt{125}$ ;  $64^x < 16^{x^2-1}$ ;  $2^{x^2-1} \leq (2^{x+1})^3$ .

5. Логарифмические уравнения.

Решить уравнения:  $\log_{0,4} x = -1$ ;  $2 \cdot \log_3 x = \log_3 (9-8x)$ ;  $\lg^2 x - 5 \lg x = -6$ ;

$\log_7 2 + \log_7 (5-x) = 1$ ;  $\lg(4x-2) = 5 \lg 2$ ;  $\lg(x+3) + \lg x = 1$ ;

$\lg x + \lg(3x) = \lg 12$ ;  $\log_3^2 x - \log_3 x = 2$ ;  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 4x - 5) = -4$ ;

$\lg^2 x + 6 \lg x - 6 = 0$ ;  $\log_7(5-x) = \log_7 2 - 1$ .

6. Логарифмические неравенства.



Решить неравенства:  $\lg(5x + 2) \leq 0.5 \cdot \lg 36 + \lg 2$ ;  $\log_{0,5}(2 - x) > -1$ ;  
 $\log_6(5x - 2) > 2 + 3\log_6 2$ ;  $\log_{1/2}(1 - 2x) < 0$ ;  
 $\log_2(7x - 4) < 2 + \log_2 13$ ;  $\log_{0,5}(2x + 1) > -2$ .

### Тема 3. Тригонометрические функции.

#### 1. Тригонометрические функции острых углов.

Вычислите:  $3 \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \cos \pi$ ;  $3 \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$ ;  $4 \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$ ;  
 $\cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$ ;  $3 \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$ ;  $7 \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{tg} \pi$ .

#### 2. Формулы приведения.

Вычислите:  $\sin 225^\circ$ ;  $\cos 135^\circ$ ;  $\operatorname{tg} 315^\circ$ ;  $\cos 330^\circ$ ;  $\sin 210^\circ$ ;  $\operatorname{ctg} 300^\circ$ .

Упростить выражение:  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cos(2\pi + \alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(\pi - \alpha)$ ;

$$\sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \cos(\pi - \alpha) + \sin(\pi - \alpha) \cdot \sin(\pi - \alpha)$$

$$\sin(\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(\pi - \alpha)$$

Вычислите значения  $\sin \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{8}{17}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

Вычислите значения  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

Вычислите значения  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{15}{17}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

Вычислите значения  $\sin \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

Вычислить  $\cos(60^\circ + \alpha)$ , если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

Вычислить  $\sin(45^\circ + \alpha)$ , если  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

Вычислить  $\cos(30^\circ - \alpha)$ , если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

Вычислить  $\sin(60^\circ - \alpha)$ , если  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

Вычислить  $\cos(90^\circ + \alpha)$ , если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

Вычислить  $\sin(90^\circ + \alpha)$ , если  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

### Задачи для подготовки к экзамену за 2 семестр:

Предел числовой последовательности.

Вычислить пределы :

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{2n+1}$ .

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-1}{n^2+n+1}$ .

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-n+1}{2n^2+n-1}$ .

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3+2}{2n^3+n^2+1}$

Предел функции.

Вычислить пределы функции:

8.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8-x^3}{4-x^2}$

9.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}$

10.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-x-1}{x-1}$ .

11.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$

Вычислить пределы функции:

5.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x^2-4}$

6.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x^2-1}$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}-1}$ .

13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x+6x^2-1}{2x^2-x+5}$

14.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3+64}{x+4}$

15.  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2-x+1}{x-3}$ .

16.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+21}-5}{x-2}$ .

$$12. \lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} \frac{x^2 - 5}{x - \sqrt{5}}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{6-x}-3}{x+3}$$

Производная функции и её приложения

Найдите производную функции:

$$1) y = \frac{3x}{x^2 + 1}; 2) y = 5/x + 4e^x; 3) y = e^x - 2x^2; 4) y = \ln(x^2 + 4);$$

$$5) y = x^2 \cdot e^{-x}; 6) y = \ln \frac{x-2}{x+4}; 7) y = e^{-2x} \cdot (1+x) \text{ при } x=0; 8) y = \frac{x}{x^2+1}.$$

Вычислить значение производной функций:

$$1) y = e^{-x} + 2x^3 \text{ при } x=0; 2) y = \ln \cos x \text{ при } x = -\frac{\pi}{3}; 3) y = \cos 2x \text{ при } x = -\frac{\pi}{4}; 4)$$

$$y = \sqrt{2x+5} \text{ при } x = 0,5; 5) y = \cos 4x \text{ при } x = \frac{\pi}{4}; 6) y = \sin 4x \text{ при } x = \frac{\pi}{4}; +$$

$$7) y = e^{\sin x} \text{ при } x = \pi;$$

1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 7x - 5 \ln x$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = x^5 - 5x^2 - 3$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -1$ .

3. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 3x - 4 \ln x$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .

4. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -1$ .

5. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = -4/x$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -2$ .

6. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $y = x^4 + 3x^2 - 10$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -1$ .

7. Составить уравнение касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 5 - 6x + x^2$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 4$ .

8. Составить уравнение касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 9x - 3x^2$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 0$ .
9. Составить уравнение касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 8 + 6x + x^2$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -2$ .
10. Составить уравнение касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 3 + 2x - x^2$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .
11. Составить уравнение касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = x - x^2$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .
12. Составить уравнение касательной к параболе  $y = 2x^2 - 5x - 3$  в точке  $x_0 = 2$ .
13. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением  $S = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3$ . Вычислить её ускорение при  $t = 5$  сек.
14. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении тела задана уравнением  $S = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 45$ . Вычислить её скорость при  $t = 3$  сек.
15. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением  $V = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3$ . Вычислить её ускорение за  $t = 2$  сек.
16. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением  $S = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + 2$ . Вычислить её скорость при  $t = 5$  сек.
17. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением  $S = t^3 - 2t^2 + 3$ . Вычислить её скорость при  $t = 3$  сек.
18. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением  $S = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3$ . Вычислить её ускорение при  $t = 3$  сек.
19. Укажите промежутки возрастания и убывания функции  $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 8x$ .
20. Найдите промежутки монотонности функции  $f(x) = x^4 - 4x + 3$ .
21. Найдите экстремумы функции  $y = -2x^3 + 3x^2 + 6$ .
22. Найдите экстремумы функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$ .

## Векторы на плоскости.

1. При каком значении  $k$  векторы:  $\vec{a}(1;-1)$  и  $\vec{b}(-2;k)$  коллинеарны?
2. Вычислить скалярное произведение  $\vec{a} \cdot (3\vec{b} - \vec{a})$ , если  $\vec{a} = (1;0)$ ;  $\vec{b}(2;2)$ .
3. Вычислить скалярное произведение  $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a}$ , если  $\vec{a}(1;3)$  и  $\vec{b}(2;-1)$ .
4. Вычислить скалярное произведение  $3\vec{m} \cdot (0,5\vec{n} + \vec{m})$ , если даны координаты векторов  $\vec{m} = (2;0)$ ,  $\vec{n} = (4;2)$ .
5. Доказать, что векторы  $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$  и  $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$  взаимно перпендикулярны.
6. На векторах  $\vec{OA} = \vec{i} + \vec{j}$  и  $\vec{OB} = -3\vec{j} + \vec{k}$  построен параллелограмм. Выразить в ортах его диагонали.
7. Определить угол между векторами  $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$  и  $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j}$ .

## Геометрические тела и поверхности. Объёмы и площади поверхностей геометрических тел.

1. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали которого равны 12 см и 16 см, а высота параллелепипеда равна 8 см. Определить площадь его полной поверхности.
2. В прямом параллелепипеде стороны оснований равны 7 см и 4 см, угол между ними  $60^\circ$ . Определить объём параллелепипеда, если боковая поверхность равна  $220 \text{ см}^2$ .
3. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 6 см и 8 см и образуют угол в  $30^\circ$ . Боковое ребро равно 5 см. Найдите полную поверхность этого параллелепипеда.
4. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали которого равны 12 см и 16 см, а высота параллелепипеда равна 8 см. Найти объём параллелепипеда.
5. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 9 дм 12 дм, а высота параллелепипеда 7 дм. Найти объём параллелепипеда.
6. Ребра прямоугольного параллелепипеда относятся как 3:7:8, площадь поверхности равна  $808 \text{ м}^2$ . Определить длины ребер параллелепипеда.
7. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 3,5 м, а диагональ боковой грани 2,5 м. Найти объём призмы.
8. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 7 дм и 24 дм, а высота параллелепипеда равна 8 дм. Определить площадь полной поверхности параллелепипеда.

9. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетом 6 дм и острым углом  $45^{\circ}$ . Объем призмы равен  $108 \text{ дм}^3$ . Найти площадь полной поверхности призмы.

10. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 7 дм и 24 дм, а высота параллелепипеда равна 8 дм. Определить площадь диагонального сечения. 11. Основания усеченной пирамиды равны  $27 \text{ см}^2$  и  $12 \text{ см}^2$ , высота равна 5 см. Вычислить высоту соответствующей полной пирамиды.

12. В пирамиде сечение параллельное основанию делит высоту на две равные части. Площадь основания равна  $200 \text{ см}^2$ . Определить площадь сечения.
13. Высота пирамиды разделена на три равные части и через точки деления проведены плоскости, параллельные основанию. Площадь основания равна  $270 \text{ см}^2$ . Определить площади полученных сечений.
14. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $45^{\circ}$ . Диагональ основания пирамиды равна 8 см. Найти высоту пирамиды.
15. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $60^{\circ}$  и равно 10 см. Найти площадь основания пирамиды.
16. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 12 дм, противолежащий ему острый угол равен  $60^{\circ}$ . Каждое боковое ребро равно 13 дм. Найти объем пирамиды.
17. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, если её высота равна 4 дм, а апофема 8 дм.
18. Образующая конуса равна 4 м, а угол при вершине осевого сечения  $90^{\circ}$ . Найти объем конуса.
19. Площадь боковой поверхности конуса  $270\pi \text{ м}^2$ , радиус основания 9 м. Найти высоту конуса.
20. Площадь осевого сечения цилиндра  $36 \text{ м}^2$ , а его образующая равна диаметру основания. Найдите полную поверхность этого цилиндра.
21. Площадь основания конуса  $9\pi \text{ см}^2$ , площадь полной поверхности его равна  $24\pi \text{ см}^2$ . Найти объем конуса.
22. Отрезок, соединяющий конец диаметра нижнего основания цилиндра с центром его верхнего основания, равен 2 см и наклонен к плоскости основания под углом  $60^{\circ}$ . Найдите объем цилиндра.
23. Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через центр шара, равна  $9\pi \text{ см}^2$ . Найти объем шара.
24. Площадь осевого сечения цилиндра  $64 \text{ м}^2$ , а его образующая равна диаметру основания. Найдите объем цилиндра.
25. Образующая конуса равна 10 дм, а угол при вершине осевого сечения  $120^{\circ}$ . Найти площадь осевого сечения конуса.
26. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $4\sqrt{2}$  см. Найти объем цилиндра.
27. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 6 м и наклонена к основанию под углом  $60^{\circ}$ . Найдите объем цилиндра.
28. Радиус основания конуса равен 5 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом  $45^{\circ}$ . Найти площадь полной поверхности конуса.
29. Объем шара равен  $36\pi \text{ см}^3$ . Найдите площадь поверхности шара.

## Форма экзаменационного билета

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики

Техникум

УТВЕРЖДАЮ

Председатель цикловой комиссии

\_\_\_\_\_/Н.И. Литвинова/

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Учебная дисциплина Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия

1 семестр

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

Вычислить: 1)  $12^{\frac{1}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}} \cdot (0.5)^{\frac{1}{3}}$ ; 2)  $\cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$ ; 3)  $3 \lg 2 - \lg 0,8$ ; 4)  $\cos 135^\circ$ .

Решить уравнения: 5)  $3^{x-2} = 81$ . 6)  $2^{x+3} + 2^{x+1} - 7 \cdot 2^x = 48$

7) Вычислить  $\cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$  и  $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$ .

Решить уравнения : 8)  $\log_7 2 + \log_7 (5-x) = 1$ ; 9)  $\log_3^2 x - \log_3 x = 2$

10) Решить неравенство:  $3^{x^2-3x+5} < 27$ .

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики

Техникум

УТВЕРЖДАЮ

Председатель цикловой комиссии

\_\_\_\_\_/Н.И. Литвинова/

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

Учебная дисциплина Математика: алгебра, начала математического анализа,  
геометрия

Вычислить: 1)  $\log_3 9 \cdot \log_2 8$ ; 2)  $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2} - 5 \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}$ ;

3)  $3 \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$ ; 4)  $\sin 210^\circ$ .

Решить уравнения: 5)  $6^{4x-8} = 36^x$ ; 6)  $\lg(2x-4) = 5 \lg 2$ ;

7)  $\lg x + \lg(3x) = \lg 12$ ; 8)  $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ .

9) Решить неравенство:  $16^x \geq 8^{2x-3}$ .

10) Вычислить  $\sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha$  если  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

**Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно решено 9-10 заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно решено 7- 8 заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решено 5-6 заданий;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту за количество правильно решенных заданий меньше пяти.

Составитель \_\_\_\_\_ В.И. Бабанина  
(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

2 семестр

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики

Техникум



УТВЕРЖДАЮ

Председатель цикловой комиссии

\_\_\_\_\_ / Н.И. Литвинова /

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

по дисциплине: ПД.01 «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»

№	Задания
1.	Вычислить предел функции: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 1}{n^2 + n + 1}$
2.	Вычислить значение производной функции: $y = \cos 4x$ при $x = \frac{\pi}{4}$ .
3.	Составить уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 9x - 3x^2$ в его точке с абсциссой $x_0 = 0$ .
4.	Найдите промежутки монотонности функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ .
5.	Определить угол между векторами $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j}$ .
6.	Площадь основания конуса $9\pi\text{см}^2$ , площадь полной поверхности его $24\pi\text{см}^2$ . Найти объём конуса.
7.	В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали которого равны <b>12 см</b> и <b>16 см</b> , а высота параллелепипеда равна <b>8 см</b> . Определить площадь его полной поверхности.
8.	Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, если её высота равна <b>4 м</b> , а апофема <b>8 м</b> .

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики

УТВЕРЖДАЮ

Председатель цикловой комиссии

\_\_\_\_\_ / Н.И. Литвинова /

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

по дисциплине: ПД.01 «Математика: алгебра, начала математического анализа, геометрия»

№	Задания
1.	Вычислить предел функции: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1}$
2.	Найдите промежутки монотонности функции $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 8x$ .
3.	Найдите производную функции $y = e^x - 2x^2$ .
4.	Составить уравнение касательной к параболе $y = x^2 - x$ в точке $x = 1$ .
5.	Вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot (3\vec{b} - \vec{a})$ , если $\vec{a} = (1; 0)$ ; $\vec{b} = (2; 2)$ .
6.	Основания усеченной пирамиды равны $27 \text{ дм}^2$ и $12 \text{ дм}^2$ , высота равна <b>5 дм</b> . Вычислить высоту соответствующей полной пирамиды.
7.	Стороны основания прямого параллелепипеда равны <b>6 см</b> и <b>8 см</b> и образуют угол в <b>30°</b> . Боковое ребро равно <b>5 см</b> . Найдите полную поверхность этого параллелепипеда.

8.	Площадь осевого сечения цилиндра $64 \text{ м}^2$ , а его образующая равна диаметру основания. Найдите объем цилиндра.
----	--

**Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно решено 8 заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно решено 6-7 заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно решено 4-5 заданий;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту за количество правильно решенных заданий меньше четырех.

Составитель \_\_\_\_\_ В.И. Бабанина  
(подпись)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.